

平成30年度入学試験問題(前期)

数 学

注 意

1. 合図があるまで表紙をあげないこと。
2. 問題右頁とその裏は計算に使用する。
3. 受験票は机に出しておくこと。

数 学 (前 期)

[1] $f(x) = \frac{1}{27}x^3(x-5)^2$ とする。

- (1) $y = f(x)$ のグラフの概形を、極値を調べて描け。ただし、変曲点は求めなくともよい。
- (2) $y = f(x)$ と $y = x$ の共有点はいくつあるか。

[2] $a, b, c > 0$ とする。

- (1) 不等式 $8abc \leq (a+b)(b+c)(c+a)$ を示せ。
- (2) $x = b+c-a, y = c+a-b, z = a+b-c$ とするとき、 a, b, c をそれぞれ x, y, z で表せ。
- (3) 不等式 $(a+b-c)(b+c-a)(c+a-b) \leq abc$ を示せ。

[3] θ を $0 < \theta < \pi$ を満たす実数とする。空間内の4点

$$A(1, 0, 0), B(-1, 0, 0), C(\cos \theta, \sin \theta, 1), D(-\cos \theta, -\sin \theta, 1)$$

を頂点とする四面体 ABCD を考える。

- (1) 四面体 ABCD を平面 $z = t$ ($0 < t < 1$) で切った切り口は平行四辺形であることを示し、2つの対角線の長さを θ と t を用いて表せ。
- (2) 四面体 ABCD を z 軸の回りに回転させるとき、四面体が通過してできる立体の体積を θ を用いて表せ。

[4] r を正の整数とする。親1人、子 r 人が次のようなゲームを行う。まず、子 r 人が一度ずつさいころを投げて、出た目 (1~6) を記入した券を受け取る。次に、 $n \geq 6$ として1から n までの番号が1つずつ書かれた n 枚の札を箱に入れ、親が1枚取り出して、その札の番号を k とする。 $k > 6$ なら当たりは無し、 $k \leq 6$ なら番号 k の券を持っている子をすべて当たりとする。このとき次の確率はいくらか。

- (1) $k > 6$ である。
- (2) 当たりがない。
- (3) 当たりが x 人 ($1 \leq x \leq r$) いる。

[5] $\triangle ABC$ の内接円が辺 BC, CA, AB に接する点をそれぞれ A_1, B_1, C_1 とする。また、各辺の長さを $BC = a, CA = b, AB = c$ とし、 $\frac{a+b+c}{2} = s$ とする。

- (1) 長さ BA_1, CB_1, AC_1 を a, b, c を用いて表せ。ただし s も用いてよい。
- (2) AA_1 と BB_1 の交点を R とするとき、 $\frac{AR}{RA_1}$ を a, b, c を用いて表せ。ただし s も用いてよい。
- (3) 線分 AA_1, BB_1, CC_1 は点 R で交わることを示せ。